

DOI: 10.7652/xjtuxb201904003

利用结构等效转换的空间可展机构 装配误差建模与灵敏度分析

余德文¹, 赵强强¹, 陈飞飞², 郭俊康¹, 洪军¹

(1. 西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室, 710049, 西安;
2. 上海宇航系统工程研究所, 201109, 上海)

摘要: 为解决空间可展机构装配过程中无法对杆件进行精准定量调整的难题,针对杆件耦合与环约束复杂等特点,提出了一种空间可展机构装配误差建模与灵敏度分析的方法。首先,通过结构等效转换将空间可展机构分为两部分,并分别基于闭环矢量与虚位移法,推导出上述两部分的几何精度模型,然后利用线性叠加,建立了空间可展机构整体装配误差模型。在此基础上,运用偏微分法完成了空间可展机构误差灵敏度分析,实现了关键误差源识别。最后,以星载 SAR 卫星天线空间可展机构为数值算例进行了计算,结果表明:在杆长误差和铰链安装位置误差范围相同的情况下,单独调整支撑杆件能更好地满足装配精度要求,且星体连接杆尺寸误差对天线面板指向精度的影响尤为显著。

关键词: 空间可展机构;结构等效转换;装配误差建模;闭环矢量法;灵敏度分析

中图分类号: TH182 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)04-0015-09

Assembly Error Modeling and Sensitivity Analysis for Spatial Deployable Mechanisms with Structural Equivalent Transformation

YU Dewen¹, ZHAO Qiangqiang¹, CHEN Feifei², GUO Junkang¹, HONG Jun¹

(1. Key Laboratory of Educational Ministry for Modern Design and Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Shanghai Aerospace System Engineering Research Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: The precise and quantitative link adjustment of the spatial deployable mechanism cannot be implemented in the assembly shop nowadays. Considering the characteristics like coupled links and complex loop constraints, an approach of assembly error modeling is proposed and the corresponding sensitivity analysis is carried out. The spatial deployable mechanism is divided into two parts via structural equivalent transformation, and the geometric accuracy models of these two parts are established with the methods of closed-loop vector and virtual displacement respectively. Then the whole assembly accuracy model of the spatial deployable mechanism is derived from the linear superposition, and the error sensitivity is analyzed with partial differential method to accordingly identify the key error source. A spatial deployable mechanism of space borne SAR antenna is taken as a numerical example. If link length deviations and assembly position misalignments of joints are in the same range respectively, it indicates that merely adjusting the support links can better meet the requirement of assembly accuracy, and the

link connected with payload module has a particularly significant impact on the pointing accuracy of antenna panels.

Keywords: spatial deployable mechanism; structural equivalent transformation; assembly error modeling; closed-loop vector method; sensitivity analysis

由于运载火箭容积限制以及航天领域对空间天线性能要求的提高,大口径、高精度的空间可展机构一直是空间技术的研究热点。对于卫星天线来说,装配精度很大程度上决定着工作性能。在实际工程中,由于受到杆件加工误差、铰链装配误差的影响,空间可展机构装配精度往往达不到设计要求,为此工程人员经常在地面装配过程中对其支撑杆件进行尺寸调整。然而,由于不清楚误差源与装配精度之间的关系,航天企业目前采用测量、调整、测量的纯经验盲调模式。因此,从提高装配精度和实现定量装调的角度出发,一套行之有效的装配精度分析方法,对于保障空间可展机构装配质量和提高卫星天线服役性能显得尤为重要。

作为空间可展机构的典型代表,星载 SAR 天线空间可展机构备受学者关注。早期关于该类空间可展机构的研究主要集中在构型优化设计^[1-5]和运动机理分析^[6-11]上。继 Campbell 等发明可展支撑桁架结构^[12]后,又经设计人员的不断改进^[13-15],星载 SAR 天线空间展开机构已成功应用于美国 SEASAT 卫星^[16]、欧空局 ERS 系列卫星^[17]、加拿大 RADARSAT 系列卫星^[18]、日本 ALOS 卫星^[19]以及我国高分三号卫星^[20]。

随着运动控制趋于成熟,该类可展机构的拓扑结构也逐渐定型,具有杆件与环约束多、环约束互相耦合等特点,给几何精度分析带来了极大困难,目前只有少数学者进行了相关探索。Hedgepeth 提出以天线平面节点偏差均方根为评价指标进行型面精度分析^[21];Greene 建立了一种基于有限元分析的评估杆件单元长度不确定性对天线性能影响的方法^[22];Mobrem 进一步总结出分析空间可展机构杆长对天线性能影响的蒙特卡罗法、逆频率平方法、直接法与正则模法^[23];受此启发,吴建云等利用蒙特卡洛法,研究了可展机构中铰链锁定位置偏差对展开精度的影响^[24]。

上述精度分析方法是建立在关键设计参数随机分布的假设之上,结果无法指导具体产品的装调^[21-24]。另外,由于星载 SAR 天线空间可展机构在理想情况下,构型关于展开方向与天线板垂线方向所构成的平面对称,因此一些研究者在分析其几何精度时按

平面连杆机构简化处理。例如,文献[25-26]构建了单杆件固定、双杆件连接和多余杆件连接 3 种装配单元的误差模型,进而提出了多环闭链可展机构的精度预测算法,此模型对三维构型装配误差分析具有借鉴意义。文献[27]从几何误差角度求解了极恶劣工况下的指向误差。此外,张武翔等以结构势能最小为目标函数,建立了空间可展机构尺寸调整的数学模型^[28],然而定义的综合调整量没有真实的物理含义,并且去掉了可展机构中的部分支撑杆件,减少了实际存在的环约束,因此工程应用具有较大局限性。

本文提出了一种空间可展机构装配误差建模和灵敏度分析方法。首先,通过空间可展机构的等效转换将其分为两部分,基于闭环矢量与虚位移法,分别建立这两部分结构的装配误差模型,经线性叠加后,全面表征出天线板位姿误差与误差源的函数关系,实现整个空间可展机构的几何精度预测。在此基础上,运用偏微分法分析装配精度受误差源的影响情况,从而识别出关键误差源,并通过具体数值算例验证所提方法的有效性。

1 问题描述

图 1 给出了星载 SAR 天线空间可展机构的展开构型,主要由天线内板、天线外板、支撑杆件、90°锁定铰链和 180°锁定铰链组成。天线内板通过两个 90°锁定铰链与星体连接,天线外板通过两个 180°锁定铰链与天线内板连接,天线内外板依靠支撑杆件增强与星体的连接刚度。可以看出,空间可展机构实质上是一个超静定过约束机构。

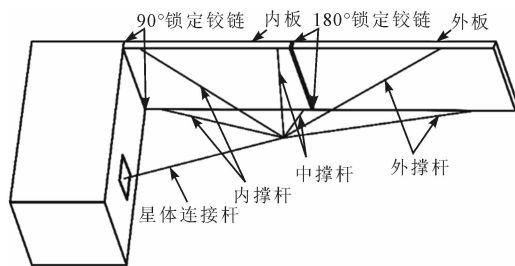


图1 星载 SAR 天线空间可展机构

在实际装配过程中,空间可展机构调不准的顽疾至今仍未根除。因此,本文所需解决的问题是:如

何从几何角度出发,构建空间可展机构装配精度与误差源的函数关系,并找出影响装配精度的关键杆件,以实现空间可展机构的装配误差预测和精准定量装调。

2 装配误差建模

2.1 结构等效转换

如前文所述,空间可展机构的展开构型属于典型超静定结构。在不考虑变形且不影响装配精度的前提下,必须进行结构等效转换以消除过约束。为此,将空间可展机构分为图2所示的两部分。第一部分由外撑杆、中撑杆、内撑杆及天线面板组成的不含星体连接杆的支撑结构;第二部分由星体连接杆与虚拟杆件(连接撑杆交汇中心 O 与 90° 锁定铰链几何对称中心 B 的假想杆件,其简要表征不含星体连接杆的支撑结构)组成的双杆件连接结构。

上述转换的理由如下:由于SAR天线内外板间 180° 锁定铰链的间隙十分微小,并且铰链锁定后的结构刚度较大,因此两板原有的平面度在整个装调过程中保持不变,从而可把内外板视为一块整板。不同于 180° 锁定铰链的是,连接星体与天线内板的 90° 锁定铰链间隙相对较大,容许天线面板一定范围内的装配误差。综上所述,将空间可展机构分成两部分结构具有合理性。

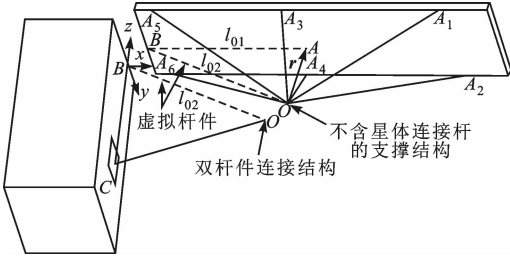


图2 空间可展机构等效转换模型

2.2 不含星体连接杆的支撑结构误差建模

将支撑结构第一部分视作6-SPS(S-球铰副,P-移动副)结构。一方面,杆长调整(加减垫片)的过程类似于移动副的直线运动,实质均是沿特定方向的特征尺寸发生改变;另一方面,由于天线面板位姿变化空间十分微小,且铰链转动副间存在径向间隙,因此球铰副代替转动副为工程所接受。

如图3所示,在6杆交汇中心的位置 O 建立局部坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$, x_1 轴正向沿天线面板长度方向并远离星体, y_1 轴正向沿天线面板宽度方向且竖直向下, z_1 轴正向由右手法则确定。此外,在天线面板的几何中心 A 建立局部坐标系 $O_2-x_2y_2z_2$,该

坐标系与坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 平行。

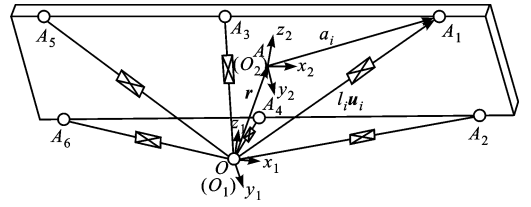


图3 不含星体连接杆的支撑结构

在第 i 个封闭环 $O-A-A_i-O$ ($i=1,2,3,4,5,6$)中,满足闭环矢量方程^[29]

$$l_i \mathbf{u}_i = \mathbf{r} + \mathbf{R} \mathbf{a}_i \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}_i$ 为由 O 指向 A_i 的单位矢量; l_i 为杆件 OA_i 名义长度; $\mathbf{r}$ 为坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 下由 O 指向 A 的矢量; $\mathbf{R}$ 为坐标系 $O_2-x_2y_2z_2$ 到坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 的齐次变换矩阵; $\mathbf{a}_i$ 是 A_i 在 $O_2-x_2y_2z_2$ 坐标系下的坐标。对式(1)两边全微分,有

$$dl_i \mathbf{u}_i + l_i d\mathbf{u}_i = d\mathbf{r} + d\mathbf{R} \mathbf{a}_i + \mathbf{R} d\mathbf{a}_i \quad (2)$$

将式(2)两边同乘 $\mathbf{u}_i^T$,得到

$$\mathbf{u}_i^T dl_i \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_i^T l_i d\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i^T d\mathbf{r} + \mathbf{u}_i^T d\mathbf{R} \mathbf{a}_i + \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} d\mathbf{a}_i \quad (3)$$

利用机器人关节微分方程 $d\mathbf{R} = \Delta \mathbf{R} \mathbf{R}^{[30]}$,对式(3)中 $\mathbf{u}_i^T \mathbf{R} d\mathbf{a}_i$ 进一步推导

$$\mathbf{u}_i^T d\mathbf{R} \mathbf{a}_i = \mathbf{u}_i^T \Delta \mathbf{R} \mathbf{R} \mathbf{a}_i = \mathbf{u}_i^T \Delta \boldsymbol{\theta} \times (\mathbf{R} \mathbf{a}_i) = (\mathbf{a}_i' \times \mathbf{u}_i) \Delta \boldsymbol{\theta} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{a}_i' = \mathbf{R} \mathbf{a}_i$; $\Delta \boldsymbol{\theta} = [\delta_x \quad \delta_y \quad \delta_z]^T$ 为天线面板在坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 中的姿态误差;

$$\Delta \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & -\delta_z & \delta_y \\ \delta_z & 1 & -\delta_x \\ -\delta_y & \delta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

在式(3)中,与名义杆长相比,杆长误差均可视作无穷小量,即 $dl_i = \Delta l_i$, $d\mathbf{r} = \Delta \mathbf{r}$, $d\mathbf{a}_i = \Delta \mathbf{a}_i$ 。接着,把式(4)带入式(3)中,整理后可得

$$\Delta l_i = \mathbf{u}_i^T \Delta \mathbf{r} + (\mathbf{a}_i' \times \mathbf{u}_i)^T \Delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{a}_i \quad (6)$$

式(6)的矩阵表达形式如下

$$\Delta l_i = [\mathbf{u}_i^T \quad (\mathbf{a}_i' \times \mathbf{u}_i)^T]^T [\Delta \mathbf{r} \quad \Delta \boldsymbol{\theta}]^T + [\mathbf{u}_i^T \mathbf{R}] [\Delta \mathbf{a}_i] \quad (7)$$

6个封闭环 $O-A-A_i-O$ 均满足等式(7),将其完全组合有

$$\Delta \mathbf{L} = \mathbf{J}_v \Delta \mathbf{V} + \mathbf{J}_b \Delta \mathbf{B} \quad (8)$$

式中: $\Delta \mathbf{L} = [\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, \Delta l_4, \Delta l_5, \Delta l_6]^T$,分别对应6杆的长度误差; $\Delta \mathbf{B} = [\Delta \mathbf{a}_1, \Delta \mathbf{a}_2, \Delta \mathbf{a}_3, \Delta \mathbf{a}_4, \Delta \mathbf{a}_5, \Delta \mathbf{a}_6]^T$,分别为6个铰链的安装位置误差,有 $\Delta \mathbf{a}_i = [\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i]^T$; $\Delta \mathbf{V} = [\Delta \mathbf{r}, \Delta \boldsymbol{\theta}]^T$, $\Delta \mathbf{r}$ 、 $\Delta \boldsymbol{\theta}$ 分别为天线板相对于坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 的位置误差、姿态误

差; J_v 、 J_b 为 ΔV 、 ΔB 相应的系数矩阵, 其具体表达式如下

$$J_v = \begin{bmatrix} u_1^T & (a'_1 \times u_1)^T \\ u_2^T & (a'_2 \times u_2)^T \\ u_3^T & (a'_3 \times u_3)^T \\ u_4^T & (a'_4 \times u_4)^T \\ u_5^T & (a'_5 \times u_5)^T \\ u_6^T & (a'_6 \times u_6)^T \end{bmatrix}$$

$$J_b = \begin{bmatrix} u_1^T R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_2^T R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_3^T R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_4^T R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_5^T R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_6^T R \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式(8)可得到不含星体连接杆的支撑结构装配误差的正解方程

$$\Delta V = [J_v^{-1} \quad J_v^{-1} J_b][\Delta l \quad \Delta B]^T \quad (10)$$

至此, 式(10)表达了天线面板位姿误差与 6 个杆长误差、6 个铰链安装位置误差的函数关系, 而该位姿误差是在坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 下衡量的。只要进一步得到坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 与全局坐标系的相对位姿关系, 便能在全局坐标系下求解出天线面板的装配误差。

2.3 含星体连接杆的支撑结构误差建模

如图 4 所示, 全局坐标系 O_g-xyz 的原点为两个 90° 锁定铰链理论安装位置的几何对称中心 B , x 轴正向为沿天线面板长度方向并远离星体, y 轴正向为沿天线面板宽度方向且竖直向下, z 轴正向根据右手法则确定。在全局坐标系 O_g-xyz 中, 局部坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 坐标原点 $O(O_1)$ 受星体连接杆影响, 名义位置与实际位置之间存在装配误差。因此, 下面将构建双杆件连接装配误差模型, 并确定 O 点位置误差对空间可展机构几何装配精度的影响。

由于全局坐标系 O_g-xyz 和局部坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 完全平行, 星体连接杆 CO 和虚拟杆 BO 都在 xz 平面, 因而投影至平面表征出如图 4 所示的双

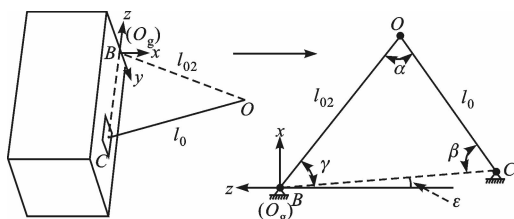


图 4 双杆件连接结构及其平面表征

杆件连接结构。在图 4 情况下, O 点的装配位置误差由杆件 BO 、 CO 的杆长误差与铰链连接处 B 、 C 的位置误差造成。因此, O 点位置误差可以表示为

$$\Delta O = \mu_1 \Delta l + \mu_2 \Delta B + \mu_3 \Delta C \quad (11)$$

式中: ΔO 表示 O 点位置误差; $\Delta l = [\Delta l_{02}, \Delta l_0]^T$, Δl_{02} 、 Δl_0 分别为 BO 、 CO 的杆长误差; $\Delta B = [\Delta z_B, \Delta x_B]^T$, Δz_B 、 Δx_B 分别表示 B 在全局坐标系下沿 z 轴、 x 轴的位置误差; 与 ΔB 类似, $\Delta C = [\Delta z_C, \Delta x_C]^T$ 表示铰链 C 处的位置误差; μ_1 、 μ_2 、 μ_3 分别为相应误差系数矩阵, 且定义如下

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_O}{\partial l_{02}} & \frac{\partial z_O}{\partial l_0} \\ \frac{\partial x_O}{\partial l_{02}} & \frac{\partial x_O}{\partial l_0} \end{bmatrix}; \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_O}{\partial z_B} & \frac{\partial z_O}{\partial x_B} \\ \frac{\partial x_O}{\partial z_B} & \frac{\partial x_O}{\partial x_B} \end{bmatrix};$$

$$\mu_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_O}{\partial z_C} & \frac{\partial z_O}{\partial x_C} \\ \frac{\partial x_O}{\partial z_C} & \frac{\partial x_O}{\partial x_C} \end{bmatrix} \quad (12)$$

因此, 计算 O 点装配位置误差的关键是求解系数矩阵。图 5 为求解系数矩阵 μ_2 中 $\frac{\partial z_O}{\partial z_B}$ 与 $\frac{\partial x_O}{\partial z_B}$ 的原

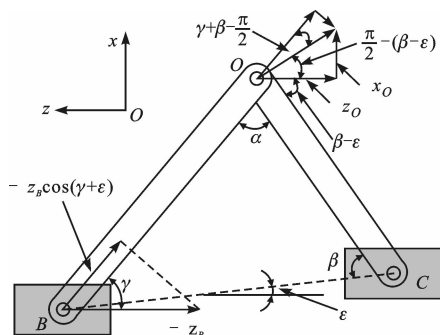


图 5 系数矩阵部分表达式计算原理图

理结构图。在此结构中, 除了端点 B 在 z 方向有无穷小摄动 ∂z_B 外, 其余误差源全部假定为 0。其中无穷小摄动 ∂z_B 可以视为一个速度矢量, 根据机构运动学理论可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z_O}{\partial z_B} &= -\frac{\sin(\beta - \epsilon) \cos(\gamma + \epsilon)}{\sin \alpha} \\ \frac{\partial x_O}{\partial z_B} &= \frac{\cos(\beta - \epsilon) \cos(\gamma + \epsilon)}{\sin \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

通过构造与图 5 相似的结构可以求解系数矩阵的其它比值, 由此得到的 3 个系数矩阵具体为

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\beta - \epsilon)}{\sin \alpha} & -\frac{\sin(\gamma + \epsilon)}{\sin \alpha} \\ -\frac{\cos(\beta - \epsilon)}{\sin \alpha} & -\frac{\cos(\gamma + \epsilon)}{\sin \alpha} \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$\mu_2 =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\sin(\beta-\epsilon)\cos(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} & \frac{\sin(\beta-\epsilon)\sin(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} \\ \frac{\cos(\beta-\epsilon)\cos(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} & -\frac{\cos(\beta-\epsilon)\sin(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$\mu_3 =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\cos(\beta-\epsilon)\sin(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} & -\frac{\sin(\beta-\epsilon)\sin(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} \\ -\frac{\cos(\beta-\epsilon)\sin(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} & -\frac{\sin(\beta-\epsilon)\cos(\gamma+\epsilon)}{\sin\alpha} \end{bmatrix} \quad (14c)$$

式中: α, β, γ 为名义尺寸下各铰接点所组成三角形的内角; ϵ 为BC连线与 z 轴负方向的夹角。

需要特别指出的是,利用式(11)求解 O 点的装配位置误差时,两个 90° 锁定铰链理论安装位置的几何对称中心 B 点作为基准点,其装配误差为0。另外,虚拟杆件 BO 在理想条件下的矢量表达式为

$$l_{02} = \mathbf{r} + \mathbf{l}_{01} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$,为坐标系 $O_1-x_1y_1z_1$ 下由 O 指向 A 的矢量; $\mathbf{l}_{01} = [-l_{01} \ 0 \ 0]^T$,其中 l_{01} 为天线内板的长度。实际情况下,受不含星体连接杆的支撑结构的装配误差影响,式(15)调整为

$$l'_{02} = \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \Delta\mathbf{R}\mathbf{l}_{01} \quad (16)$$

式中: $\Delta\mathbf{r} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]^T$ 为 $\mathbf{r}$ 的矢量误差。对等式(15)(16)两端取模,分别得到虚拟杆件的名义长度 l_{02} 和实际长度 l'_{02} 。从而,虚拟杆件长度变化量 $\Delta l_{02} = l'_{02} - l_{02}$ 的具体表达式如下

$$\Delta l_{02} = ((r_x + \Delta x - l_{01})^2 + (r_y + \Delta y - \delta_z l_{01})^2 + (r_z + \Delta z + \delta_y l_{01})^2)^{1/2} - ((r_x - l_{01})^2 + r_y^2 + r_z^2)^{1/2} \quad (17)$$

将式(17)(14)带入式(11),可计算出 O 点的装配误差。注意到 $\Delta\mathbf{O}$ 只在 xz 平面,不影响绕 x 方向和 z 方向的转动偏差,而所引起空间可展机构绕 y 轴的转动偏差为

$$\xi_y = \|\Delta\mathbf{O}\|/l_{02} \quad (18)$$

利用线性叠加,综合式(10)(18),得到考虑所有杆长误差与铰链安装位置误差的空间可展机构几何装配精度模型

$$\Delta\mathbf{P} = \Delta\mathbf{V} + [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \xi_y \ 0]^T \quad (19)$$

式中: $\Delta\mathbf{P} = [T_x, T_y, T_z, R_x, R_y, R_z]^T$,为全局坐标系下空间可展机构的位姿误差。

3 灵敏度分析

由于在实际装调过程中,可展机构绕 y 轴的偏

摆误差通常更难以满足设计要求。因此,下面着重分析各误差因素对可展机构 y 轴姿态误差的影响,而其余的灵敏度分析可据此类推。

3.1 杆长误差影响系数

基于空间可展机构几何装配精度模型,由式(19)的位姿误差与误差源的函数关系,可分离出到可展机构 y 轴偏摆误差与各项误差的关系,即

$$R_y = \delta_y + \xi_y \quad (20)$$

式中: δ_y 由式(10)分离得到; ξ_y 详见式(18)。按照灵敏度系数定义,杆长误差的影响系数为 $\frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_i)}$ 。

基于微分运算法则,易知

$$\frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_i)} = \frac{\partial(\delta_y)}{\partial(\Delta l_i)} + \frac{\partial(\xi_y)}{\partial(\Delta l_i)} \quad (21)$$

因此,下面分别进行 $\frac{\partial(\delta_y)}{\partial(\Delta l_i)}$ 与 $\frac{\partial(\xi_y)}{\partial(\Delta l_i)}$ 的相关推导。

令 $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_v^{-1} \ \mathbf{J}_v^{-1}\mathbf{J}_b]$,根据式(10)可知, $\Delta\mathbf{V}$ 为 6×1 矩阵, $[\Delta\mathbf{l} \ \Delta\mathbf{B}]^T$ 为 24×1 矩阵,则 $\mathbf{J}$ 为 6×24 矩阵,可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(\Delta x)}{\partial(\Delta l_i)} &= J_{1i}; \quad \frac{\partial(\Delta y)}{\partial(\Delta l_i)} = J_{2i}; \quad \frac{\partial(\Delta z)}{\partial(\Delta l_i)} = J_{3i} \\ \frac{\partial(\delta_x)}{\partial(\Delta l_i)} &= J_{4i}; \quad \frac{\partial(\delta_y)}{\partial(\Delta l_i)} = J_{5i}; \quad \frac{\partial(\delta_z)}{\partial(\Delta l_i)} = J_{6i} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (22)$$

式中: $J_{1i}, \dots, J_{6i}$ 为误差传递矩阵 $\mathbf{J}$ 各行第 i 列的值。

另外,从式(10)可知, $\Delta\mathbf{V} = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ 均是杆长误差 $\Delta l_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 的函数。从式(17)可以看出 Δl_{02} 是 $\Delta\mathbf{V}$ 的函数。以此推出, Δl_{02} 也是 $\Delta l_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 的函数。于是,式(17)两边对杆长误差 Δl_i 求偏导有

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta l_{02})}{\partial(\Delta l_i)} &= \frac{l_{01}}{l'_{02}}(\delta_y l_{01} + \Delta z + r_z) \frac{\partial(\delta_y)}{\partial(\Delta l_i)} + \\ &\quad \frac{l_{01}}{l'_{02}}(\delta_z l_{01} - \Delta y - r_y) \frac{\partial(\delta_z)}{\partial(\Delta l_i)} + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}}(r_x + \Delta x - l_{01}) \frac{\partial(\Delta x)}{\partial(\Delta l_i)} + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}}(r_y + \Delta y - \delta_z l_{01}) \frac{\partial(\Delta y)}{\partial(\Delta l_i)} + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}}(r_z + \Delta z + \delta_y l_{01}) \frac{\partial(\Delta z)}{\partial(\Delta l_i)} \end{aligned} \quad (23)$$

再结合式(11)与式(18),求解出 $\frac{\partial(\xi_y)}{\partial(\Delta l_i)}$ 的表达式如下

$$\frac{\partial(\xi_y)}{\partial(\Delta l_0)} = \frac{1}{2\Delta O l_{02}} \left(\frac{2\Delta l_0}{\sin^2 \alpha} + \frac{2\cos(\beta+\gamma)}{\sin^2 \alpha} \Delta l_{02} \right) \quad (24a)$$

$$\frac{\partial(\xi_y)}{\partial(\Delta l_i)} = \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} \left(\frac{2\Delta l_{02}}{\sin^2\alpha} + \frac{2\cos(\beta+\gamma)}{\sin^2\alpha} \Delta l_{01} \right) \frac{\partial(\Delta l_{02})}{\partial(\Delta l_i)}$$
$$i=1,2,3,4,5,6 \tag{24b}$$

式中： $\Delta \mathbf{O} = \sqrt{\Delta \mathbf{O}^T \Delta \mathbf{O}}$ 。

令

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{2\Delta l_0}{\sin^2\alpha} + \frac{2\cos(\beta+\gamma)}{\sin^2\alpha} \Delta l_{02} \\ q_2 &= \frac{2\Delta l_{02}}{\sin^2\alpha} + \frac{2\cos(\beta+\gamma)}{\sin^2\alpha} \Delta l_{01} \\ q_3 &= 2l_{01}(\Delta z + \delta_y l_{01} + r_z) \\ q_4 &= 2l_{01}(\Delta y - \delta_z l_{01} + r_y) \\ q_5 &= 2\Delta x + 2(r_x - l_{01}) \\ q_6 &= 2(\Delta y - \delta_z l_{01}) + 2r_y \\ q_7 &= 2(\Delta z + \delta_y l_{01}) + 2r_z \end{aligned} \right\} \tag{25}$$

综合式(23)(24)(25),各项杆长误差对天线面板 y 轴偏摆误差影响的灵敏度表达式如下

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_0)} &= \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_1 \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_1)} &= J_{51} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{51} - q_4 J_{61} + q_5 J_{11} + q_6 J_{21} + q_7 J_{31}) \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_2)} &= J_{52} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{52} - q_4 J_{62} + q_5 J_{12} + q_6 J_{22} + q_7 J_{32}) \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_3)} &= J_{53} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{53} - q_4 J_{63} + q_5 J_{13} + q_6 J_{23} + q_7 J_{33}) \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_4)} &= J_{54} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{54} - q_4 J_{64} + q_5 J_{14} + q_6 J_{24} + q_7 J_{34}) \cdot \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_5)} &= J_{55} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{55} - q_4 J_{65} + q_5 J_{15} + q_6 J_{25} + q_7 J_{35}) \\ \frac{\partial R_y}{\partial(\Delta l_6)} &= J_{56} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot \\ &\quad (q_3 J_{56} - q_4 J_{66} + q_5 J_{16} + q_6 J_{26} + q_7 J_{36}) \end{aligned} \right\} \tag{26}$$

3.2 铰链安装位置误差影响系数

类似地,按照推导杆长误差影响系数的思路,利用式(11)和式(20),可以得出 C 处铰链安装位置误差对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响的灵敏度表达式如下

$$\frac{\partial R_y}{\partial(\Delta z_c)} = \frac{1}{\Delta Ol_{02}} \left[\frac{\cos^2(\beta-\epsilon)}{\sin^2\alpha} \Delta z_c - \frac{\sin(2\beta-2\epsilon)}{2\sin^2\alpha} \Delta x_c \right] \tag{27a}$$

$$\frac{\partial R_y}{\partial(\Delta x_c)} = \frac{1}{\Delta Ol_{02}} \left[\frac{\sin^2(\beta-\epsilon)}{\sin^2\alpha} \Delta x_c - \frac{\sin(2\beta-2\epsilon)}{2\sin^2\alpha} \Delta z_c \right] \tag{27b}$$

除 C 处铰链外,天线面板上 $A_j (j=1,2,3,4,5,6)$ 处铰链同样存在安装位置误差。为简化表达,以 $\Delta a_{jk} (j=1,2,3,4,5,6; k=x,y,z)$ 表示 A_j 处铰链在 k 方向的安装位置误差。由式(10)(17)可知, Δl_{02} 也是 Δa_{jk} 的函数,进而对表达式(17)进行相应铰链安装位置误差取偏微分,可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta l_{02})}{\partial(\Delta a_{jk})} &= \frac{1}{l'_{02}} \left[l_{01}(\delta_y l_{01} + \Delta z + r_z) \frac{\partial(\delta_y)}{\partial(\Delta a_{jk})} \right] + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}} \left[l_{01}(\delta_z l_{01} - \Delta y - r_y) \frac{\partial(\delta_z)}{\partial(\Delta a_{jk})} \right] + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}} \left[(r_x + \Delta x - l_{01}) \frac{\partial(\Delta x)}{\partial(\Delta a_{jk})} \right] + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}} \left[(r_y + \Delta y - \delta_z l_{01}) \frac{\partial(\Delta y)}{\partial(\Delta a_{jk})} \right] + \\ &\quad \frac{1}{l'_{02}} \left[(r_z + \Delta z + \delta_y l_{01}) \frac{\partial(\Delta z)}{\partial(\Delta a_{jk})} \right] \end{aligned} \tag{28}$$

在此基础上,构建映射关系:当 $k=x$ 时, $n=1$; 当 $k=y$ 时, $n=2$; 当 $k=z$ 时, $n=3$ 。令 $m=3(j+1)+n (j=1,2,3,4,5,6; n=1,2,3)$, 利用式(20),推导出天线面板处铰链安装位置误差对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响的灵敏度表达式如下

$$\frac{\partial R_y}{\partial(\Delta a_{jk})} = J_{5m} + \frac{1}{2\Delta Ol_{02}} q_2 \frac{1}{2l'_{02}} \cdot (q_3 J_{5m} - q_4 J_{6m} + q_5 J_{1m} + q_6 J_{2m} + q_7 J_{3m}) \tag{29}$$

式中: $J_{1m}, \dots, J_{6m}$ 为误差传递矩阵 $\mathbf{J}$ 各行第 m 列的值。

至此,式(27)和式(29)完全表达了各铰链安装位置误差对天线面板 y 轴偏摆误差影响的灵敏度。

4 案例分析

某星载 SAR 天线空间可展机构的具体尺寸如表 1 所示,天线阵面长为 2.22 m,宽为 1.65 m。为保障卫星正常服役所需的电性能,在地面装配中,特别要求天线面板俯仰角与方位角均优于 0.020° , 该

表 1 空间可展机构结构尺寸

结构参数	数值	结构参数	数值
$A_1 A_2 / \text{mm}$	1 653.73	OA_1 / mm	2 335.99
$A_1 A_3 / \text{mm}$	2 162.35	OA_3 / mm	883.80
$A_3 A_5 / \text{mm}$	1 802.87	OA_5 / mm	2 007.84
OC / mm	2 147.51	OA / mm	901.89

精度指标对应本模型中的 y 轴偏角(R_y)与 x 轴偏角(R_x)。

该机构属于精密杆系机构,杆件加工精度等级取 11 级,中撑杆的半公差带宽为 0.66 mm,其余杆件的半公差带宽均为 1.10 mm。实际装配过程中,

铰链安装位置误差在 3 个坐标方向上均不超过 0.20 mm。在上述相应误差范围内,给定 5 组如表 2 所示的杆长误差和铰链安装位置误差。运用 MATLAB 编写几何装配精度分析程序,根据式 (19)计算出装配误差,结果详见表 3。

表 2 杆长与铰链安装位置误差值

组别	$\Delta l_1/\text{mm}$	$\Delta l_2/\text{mm}$	$\Delta l_3/\text{mm}$	$\Delta l_4/\text{mm}$	$\Delta l_5/\text{mm}$	$\Delta l_6/\text{mm}$	$\Delta l_0/\text{mm}$	$\Delta a_1/\text{mm}$			$\Delta a_2/\text{mm}$		
								Δx_1	Δy_1	Δz_1	Δx_2	Δy_2	Δz_2
组 1	0.12	-0.80	-0.57	0.35	0.77	-0.08	0.66	-0.05	-0.02	-0.04	-0.04	0.03	0.02
组 2	-0.27	0.22	0.19	-0.40	-0.46	-0.00	-0.86	0.05	0.02	0.01	-0.03	0.03	-0.02
组 3	0.19	-0.38	0.27	0.35	-0.47	-0.08	0.37	-0.05	-0.02	-0.04	-0.04	0.03	0.02
组 4	0.19	-0.38	0.27	0.35	-0.47	-0.08	0.37	-0.16	0.06	0.08	-0.10	-0.02	-0.17
组 5	0.19	-0.38	0.27	0.35	-0.27	-0.08	0.13	-0.05	-0.02	-0.04	-0.04	0.03	0.02

组别	$\Delta a_3/\text{mm}$			$\Delta a_4/\text{mm}$			$\Delta a_5/\text{mm}$			$\Delta a_6/\text{mm}$			$\Delta C/\text{mm}$	
	Δx_3	Δy_3	Δz_3	Δx_4	Δy_4	Δz_4	Δx_5	Δy_5	Δz_5	Δx_6	Δy_6	Δz_6	Δx_c	Δz_c
组 1	-0.02	0.04	-0.05	-0.06	-0.01	0.03	0.03	-0.03	-0.00	-0.01	0.01	0.02	0.05	-0.06
组 2	-0.00	0.02	0.04	0.05	0.00	-0.04	-0.04	-0.02	0.03	-0.02	0.03	-0.03	0.02	0.02
组 3	-0.02	0.04	-0.05	-0.06	-0.01	0.03	0.03	-0.03	-0.00	-0.01	0.01	0.02	0.05	-0.06
组 4	-0.11	0.17	-0.14	0.13	0.01	0.20	-0.17	-0.02	-0.16	0.18	-0.20	0.11	-0.18	-0.03
组 5	-0.02	0.04	-0.05	-0.06	-0.01	0.03	0.03	-0.03	-0.00	-0.01	0.01	0.02	0.05	-0.06

表 3 空间可展机构位姿误差

组别	位移误差/mm			姿态误差/(°)		
	T_x	T_y	T_z	R_x	R_y	R_z
组 1	-0.423 8	-0.000 1	-0.138 4	0.002 4	0.072 3	-0.000 5
组 2	-0.040 1	-0.000 1	-0.197 2	-0.000 9	-0.025 6	0.000 2
组 3	-0.193 2	0.000 0	0.140 8	0.001 7	0.021 4	-0.000 4
组 4	-0.199 7	0.000 1	0.108 8	0.000 8	0.017 3	-0.000 2
组 5	-0.042 3	0.000 0	0.175 4	0.005 0	0.007 5	-0.000 1

从表 2 与表 3 可以看出,在误差组 1、2、3 作用下,天线面板绕 y 轴方向的偏摆误差(R_y)均大于 0.02° 。这说明,即使杆长误差满足设计要求,铰链安装符合工艺要求,依旧无法完全保证天线面板的指向精度。为进一步反映杆件动态调整过程,在误差组 1 的基础上,只调整支撑杆件长度而保持铰链安装位置误差不变,依据误差组 1、3、5 的计算结果,注意到 R_x 始终在允许范围内,而 R_y 从 $0.072\ 3^\circ$ 到 $0.021\ 4^\circ$ 再到 $0.007\ 5^\circ$,因此逐渐满足装配精度要求。较误差组 3 而言,误差组 4 全面调整了安装位置误差,误差组 5 仅微调内撑杆 Δl_5 与星体杆 Δl_0 的尺寸,两种方法均获得了理想的装配精度。由此可见,在满足杆件加工精度和铰链安装精度条件下,

尽管调整铰链安装位置也能限制天线面板的装配误差,但考虑到装调时间和装调难度,调整杆长不失为更合理的选择。另外,从表 3 还可以看出,上述误差作用下的天线面板沿 y 轴方向的位移偏差(T_y)几乎为 0,且绕 z 轴方向偏摆误差(R_z)的绝对值不超过 0.001° ,这符合平面天线空间展开机构完全展开状态下的结构特征。

正如上文分析结果,在实际装调过程中,工厂也只选择对杆长加减垫片进行空间可展机构装配精度的调整。为进一步识别出关键杆件以降低装配难度,依据式(26),计算出各杆长误差对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响的灵敏度值,详见表 4。

表 4 各杆长误差对 y 轴偏摆误差影响的灵敏度

杆长误差	灵敏度 /(°) · mm ⁻¹	杆长误差	灵敏度 /(°) · mm ⁻¹
Δl_1	0.000 418 3	Δl_2	0.000 418 3
Δl_3	0.000 375 5	Δl_4	0.000 375 5
Δl_5	0.000 036 3	Δl_6	0.000 036 3
Δl_0	0.001 285 0		

为了更好地表达误差参数灵敏度,进行归一化处理,即

$$G_i = \frac{|S_i|}{\sum |S_i|} \tag{30}$$

式中: S_i 为各误差源误差对天线面板 y 轴偏摆误差影响的灵敏度,在该数值案例中,即特指杆长误差对天线面板绕 y 轴偏摆角度误差影响的灵敏度。根据表 4 计算值,对误差参数灵敏度进行归一化处理,结果详见图 6。

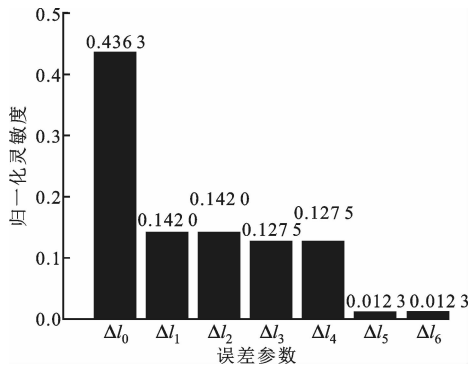


图 6 各参数灵敏度归一化处理结果

从图 5 可知,结构对称的两撑杆对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响程度相同。此外,星体连接杆的长度误差对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响最大,两内支撑杆长度误差对天线面板绕 y 轴偏摆误差影响最小,前者的归一化敏感度是后者的 35.47 倍,这意味着调整星体连接杆长度所致使天线装配精度的变动效果更为显著。

5 结 论

(1)建立了空间可展机构的几何装配精度模型。从空间构型出发,提出了将可展机构等效为 6-SPS 与双杆件连接结构的转化方法,并推导了两部分结构的装配误差表达式。在此基础上,结合几何约束,构建了所有杆长误差与铰链安装位置误差等误差源与天线面板位姿精度的显式函数关系。

(2)基于可展机构几何装配精度模型,利用偏微

分法分析了杆长误差和铰链安装位置误差对可展机构 y 轴偏摆误差影响的灵敏度,从而能够有效识别出关键误差,有助于降低装配难度。

(3)通过星载 SAR 天线空间可展机构的分析实例,所预测的装配精度能满足工程要求,确定星体连接杆为关键杆,验证了空间可展机构装配误差建模和灵敏度分析方法的有效性。本文的研究成果对空间可展机构的装调具有指导意义和参考价值。

参考文献:

- [1] THOMAS W R. RADARSAT-2 extendible support structure [J]. Canadian Journal of Remote Sensing, 2004, 30: 282-286.
- [2] GRALEWSKI M R, ADAMS L, HEDGEPEETH J M. Deployable extendible support structure for the RADARSAT synthetic aperture radar antenna [C]// International Astronautical Federation Congress. Washington, DC, USA: International Astronautical Federation, 1992: 18-24.
- [3] LUHMANN H J, ETZLER C C, WAGNER R. Design and verification of mechanisms for a large foldable antenna [C]// 23rd Aerospace Mechanisms Symposium. Huntsville, USA: NASA, 1989: 113-126.
- [4] JORDAN R L. The Seasat: a synthetic aperture radar system [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1979, 5(2): 154-164.
- [5] WANG H, WANG C J, LI X, et al. Large SAR antenna deployable structure design and optimization [J]. Applied Mechanics & Materials, 2012, 163: 62-65.
- [6] XU Y, LIN Q, WANG X, et al. Mechanism design and dynamic analysis of a large-scale spatial deployable structure for space mission [C]// Seventh International Conference on Electronics and Information Engineering. Washington, USA: International Society for Optics and Photonics, 2017: 1032226.
- [7] 胡凯. 星载可展桁架机构 Radarsat-2 的基础问题研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2015: 48-51.
- [8] SHEN Y, MONTMINY S, ZHENG W, et al. Large SAR membrane antenna deployable structure design and dynamic simulation [C]// AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. New York, USA: AIAA, 2013: 1-11.
- [9] 王丹丹. 可展开平面天线支撑机构展开运动学及动力学分析 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013: 15-20.
- [10] SHEN Y, MONTMINY S, ZHENG W. Design and

- dynamical analysis of a SAR membrane antenna deployable structure [C] // ASME 2006 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York, USA: ASME, 2006: 613-619.
- [11] SONG S G, WANG C J, WANG H, et al. Dynamic analysis of extendible support structure deployment [J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2012, 163: 91-94.
- [12] CAMPBELL B E, HAWKINS W. An 11-METER deployable truss for the Seasat radar antenna [C] // 12th Aerospace Mechanisms Symposium. Santa Barbara, USA: NASA, 1979: 77-88.
- [13] ALI Z, KROUPNIK G, MATHARU G, et al. RADARSAT-2 space segment design and its enhanced capabilities with respect to RADARSAT-1 [J]. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 2004, 30(3): 235-245.
- [14] NETO M A, AMBRÓSIO J A C, LEAL R P. Composite materials in flexible multibody systems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2006, 195(50/51): 6860-6873.
- [15] 李波, 梁宝柱, 周鑫, 等. 一种星载平面天线支撑桁架: CN106129578A [P]. 2016-11-16.
- [16] EVANS D L, ALPERS W, CAZENAVE A, et al. Seasat—A 25-year legacy of success [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2005, 94(3): 384-404.
- [17] FRANCIS C R, GRAF G, EDWARDS P G, et al. The ERS-2 spacecraft and its payload [EB/OL]. [2018-07-23]. <http://www.esa.int/esapub/bulletin/bullet83/fran83.htm>.
- [18] VANT M, LIVINGSTONE C, REY M. Canadian experience on Radarsat 1 and Radarsat 2/GMTI for surveillance [C] // AIAA International Air and Space Symposium and Exposition. New York, USA: AIAA, 2013: 2820: 1-11.
- [19] ROSENQVIST A, SHIMADA M, ITO N, et al. ALOS PALSAR: a pathfinder mission for global-scale monitoring of the environment [J]. *IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing*, 2007, 45(11): 3307-3316.
- [20] 国家航天局对地观测与数据中心. 高分三号卫星介绍 [EB/OL]. [2018-07-23]. <http://gfplatform.cnsa.gov.cn/n6084429/n6084446/n6084504/n6759687/index.html>.
- [21] HEDGEPEETH J M. Influence of fabrication tolerances on the surface accuracy of large antenna structures [J]. *AIAA Journal*, 1982, 20(5): 680-686.
- [22] GREENE W H. Effects of random member length errors on the accuracy and internal loads of truss antennas [J]. *Journal of Spacecraft & Rockets*, 1985, 22(5): 554-559.
- [23] MOBREM M. Methods of analyzing surface accuracy of large antenna structures due to manufacturing tolerances [C] // AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. New York, USA: AIAA, 2013: 1-10.
- [24] 吴建云, 王春洁, 汪瀚. 基于蒙特卡洛法的卫星天线板展开精度分析 [J]. *航天返回与遥感*, 2013, 34(6): 89-94.
- WU Jianyun, WANG Chunjie, WANG Han. Accuracy analysis of satellite antenna plate deployment based on Monte Carlo method [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2013, 34(6): 89-94.
- [25] ZHAO Qiangqiang, GUO Junkang, HONG Jun. Assembly precision prediction for planar closed-loop mechanism in view of joint clearance and redundant constraint [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32: 3395-3405.
- [26] 赵强强, 郭俊康, 洪军. 基于连杆机构旋转法则的平面单环闭链结构装配误差不确定性分析 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(11): 29-38.
- ZHAO Qiangqiang, GUO Junkang, HONG Jun. Uncertainty analysis of assembly error of planar single-loop mechanisms based on the rotatability laws of linkages [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(11): 29-38.
- [27] 丁建中, 王春洁. 含铰链间隙板式卫星天线展开精度分析 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2016, 42(12): 2625-2631.
- DING Jianzhong, WANG Chunjie. Deployment accuracy analysis of planar satellite antenna with joint clearances [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2016, 42(12): 2625-2631.
- [28] 张武翔, 杨毅, 罗均, 等. 多环闭链可展机构尺寸调整方法 [J]. *机械工程学报*, 2015, 51(19): 11-20.
- ZHANG Wuxiang, YANG Yi, LUO Jun, et al. Size adjustment of multi-closed-loop deployable mechanisms [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(19): 11-20.
- [29] 洪林. 并联机器人精度分析与综合研究 [D]. 天津: 天津大学, 2004: 16-19.
- [30] PAUL R P. Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators [M]. Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press, 1981: 82-90.

(编辑 杜秀杰)